

التمرين الأول

1) حدد الشكل الجبري للعدد العقدي z في الحالات التالية :

$$z = (\sqrt{3} - 2 + i)^2 ; \quad z = \frac{1 + \sqrt{2} - i}{1 - \sqrt{2} + i} , \quad z = (3 + 2i)(1 - 3i) ; \quad z = \frac{3 - 2i}{2 + i}$$

2) حدد العدد z في الحالات التالية :

$$\begin{aligned} i\bar{z} + (1 + 2i)z + 3 - 2i = 0 & \quad -3 \\ (2 + i)z + 1 - 3i = 0 & \quad -2 \\ (2 + i)z + 5 - 2i = 0 & \quad -1 \\ |z| + z - 3 - 4i = 0 & \quad -5 \\ 2i\bar{z} + (1 + i)z + 3 - i = 0 & \quad -4 \end{aligned}$$

التمرين الثاني

حدد مجموعة النقط $M(z)$ في الحالات التالية :

$$\begin{aligned} |z + 5 - 2i| = |\bar{z} - 3 + 2i| & \quad -2 \\ |z - 2 + 3i| = |z + 1 - 2i| & \quad -1 \\ \frac{z + i}{2 - iz} \in i\mathbb{R} & \quad -5 \\ \frac{1 + z}{z - i} \in \mathbb{R} & \quad -4 \\ |z - 2 - 3i| = |iz + 2 - i| & \quad -3 \end{aligned}$$

التمرين الثالث

أحسب معيار الأعداد العقدية التالية :

$$z = (\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 1)i ; \quad z = (2 - 2i)^4 \quad z = (3 - i\sqrt{3})(\sqrt{3} - i) ; \quad z = -4 - 3i ; \quad z = 2 - 3i$$

$$\alpha \in]0, \pi[\quad \text{حيث} \quad z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad z = \frac{(-1 + i)^3}{4 - 8i}$$

التمرين الرابع

لكل عدد عقدي z من $\mathbb{C} - \{2\}$ نضع $f(z) = \frac{z + i}{z - 2}$

1) أحسب $f(1 + i)$

2) حل في \mathbb{C} المعادلة $f(z) = 2i$

3) أ- بين أن $(\forall z \in \mathbb{C} - \{2\}) \quad (\overline{f(z)} = -f(z)) \Leftrightarrow \left(\left(z - 1 + \frac{1}{2}i \right) \left(\bar{z} - 1 - \frac{1}{2}i \right) - \frac{5}{4} = 0 \right)$

ب- استنتج المجموعة $E = \{M(z) \in (P) / f(z) \in i\mathbb{R}\}$

4) حدد (D) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوى (P) و التي يكون من أجلها $|f(z)| = 1$

التمرين الخامس

حدد الشكل المثلثي للعدد z في الحالات التالية :

$$z = \frac{3 + i\sqrt{3}}{-2 + 2i} ; \quad z = (2 - 2i)^6 \quad z = (3 - i\sqrt{3})(-1 + i\sqrt{3}) ; \quad z = \sqrt{3} + i ; \quad z = -1 + i$$

$$\alpha \in]0, \pi[\quad \text{حيث} \quad z = 1 + \cos \alpha + i \sin \alpha \quad \text{و} \quad \alpha \in]0, \pi[\quad \text{حيث} \quad z = 1 + \sin \alpha + i \cos \alpha$$

التمرين السادس

نضع $g(z) = \frac{1 - z}{z}$ لكل عدد عقدي z من \mathbb{C}^*

1) حل في \mathbb{C} المعادلة $g(z) = 1 - i$

2) أ- بين أن $(\forall z \in \mathbb{C}^*) \quad g(z) = \overline{g(\bar{z})} \Leftrightarrow (z - \bar{z})(z + \bar{z} + 1) = 0$

ب- استنتج المجموعة $E = \{M(z) \in (P) / g(z) \in \mathbb{R}\}$

3) نفترض أن $z = re^{i\theta}$ حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

بين أن $1 - \cos \theta = 2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$ ثم حدد الشكل المثلثي للعدد $g(z)$